

Analitikus módszerek a sodronyok felületi impedanciájának meghatározására a 2–150 kHz tartományban

A 2 – 150 kHz frekvenciatartomány elektromágneses összeférhetőség (EMC) szempontjából évtizedek óta egy szabályozatlan sávot képez, amelyben sem a zavartűrésre, sem a zavarkibocsátásra – egy két termékszabvány kivételével – nincsenek szabványok. Az utóbbi évtizedben a kis- és középfeszültségű hálózaton tapasztalt interferenciák száma jelentősen nőtt, amely a probléma sürgős megoldását kívánja. Ahhoz azonban, hogy a megfelelő szabványok kidolgozásra kerüljenek, nem elég csupán a zavarkibocsátó és zavartűrő berendezéseket ismerni, szükséges a köztük lévő csatolási út vizsgálata is. Cikkünk ennek kapcsán a kisfeszültségen leggyakrabban alkalmazott sodronyok frekvenciafüggő felületi impedanciájának közelítő számítására mutat be néhány egyszerű formulát.

The 2–150 kHz frequency range represents an unregulated range for decades from the electromagnetic compatibility point of view. No immunity or emission limits exist except some product standards. In the last decade interference events raised significantly on the low and middle voltage network, which indicates that the problem must be solved very soon. To work out the appropriate standards it is not enough to know the nature of emitter and susceptor apparatus, but also the detailed investigation of coupling paths is necessary. This paper shows a few formulas to approximate the frequency dependent surface impedance of stranded conductors typically used on low voltage networks.

Kulcsszavak: elektromágneses összeférhetőség, vezetett zavar, 2–150 kHz frekvenciatartomány, sodronyok átviteli jellemzői

1. BEVEZETÉS

A 2 – 150 kHz tartományba eső felharmonikus áramok és feszültségek jelenléte a villamosenergia-hálózaton már évtizedek óta létező jelenség. Egészen az utóbbi évtizedig a mérnökök, termékgyártók és felhasználók a felmerülő problémákat – kis számosságuk miatt – eseti szinten kezelték [1]. Az utóbbi évtizedben azonban a frekvenciatartomány a zavarkibocsátók és zavaráldozatok számának jelentős növekedése miatt

nagyobb figyelmet kapott a kutatóktól. A nagy nemzetközi szabványosítási szervezetek (pl. IEC, IEEE, CENELEC) jelenleg is aktívan dolgoznak, hogy az elektromágneses összeférhetőséget biztosító szabványok elkészüljenek, meghatározva az összeférhetőségi, zavarkibocsátási, zavartűrési szinteket, valamint a vizsgálati módszereket.

A szabványosítás folyamata azonban nem végezhető el csupán a zavarforrások és zavartűrő berendezések természetének vizsgálatával, fontos a köztük lévő csatolási út ismerete is. A frekvenciatartomány néhány további nyitott kérdését azonosítja az [1] irodalom.

Jelenlegi kutatásaink a kisfeszültségű sodronyok átviteli jellemzőinek vizsgálatára fókuszálnak. Cikkünk a kisfeszültségen használt sodronyok – amelyek a kompatibilitási problémák csatolási útját képezik – felületi impedanciájának becslésére mutat be néhány analitikus összefüggést. Ezek segítségével a felületi impedancia egyszerű formulákkal, de jó pontossággal becsülhető.

Cikkünk felépítése a következő: a bevezetés után a cikkben használt jelek magyarázatát, majd a harmadik fejezetben korábban végzett kutatásainkat ismertetjük, így az elvégzett méréseket és szimulációkat. A negyedik fejezet bemutatja a szakirodalomban található analitikus összefüggéseket, még az ötödik fejezet ezek kombinációjaként egy olyan módszert hoz létre, amely a teljes frekvenciatartományban alkalmazható. A hatodik fejezet a korábbi mérések és szimulációk, valamint a jelen cikkben bemutatott közelítő módszerek eredményeit foglalja össze, értékeli.

2. JELMAGYARÁZAT

A cikkünkben bemutatott összefüggések mennyiségére való tekintettel a jelmagyarázatot nem egyenletenként, hanem ebben a fejezetben külön adjuk meg. A használt jelölések a következők:

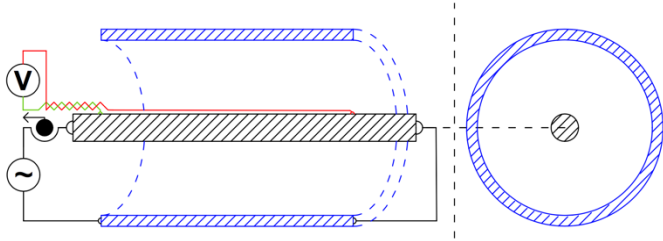
A	vezető keresztmetszete;
J_x	I. fajú Bessel függvény x paraméterrel;
L	vezető induktivitása;
R_0	vezető egyenáramú ellenállása;
R	vezető váltakozóáramú ellenállása;
Z	vezető impedanciája;
f	frekvencia;
l	vezető hossza;
p	komplex p vektor ($p = \frac{\sqrt{1-j}}{\sqrt{2}}$);
r_0	(ekvivalens) tömör vezető sugara;
γ	vezető fajlagos vezetőképessége;
δ	behatolási (skin) mélység;
ρ	vezető fajlagos ellenállása;
μ	permeabilitás;
ω	körfrekvencia;

3. ELŐZMÉNYEK

Jelen fejezetben röviden összefoglaljuk a korábban végzett méréseket és számításokat, amelyek eredményei referenciául szolgálnak az analitikus közelítő módszerek pontosságának kiértékeléséhez.

3.1 Felületi impedancia mérése

Egy sodrony felületi impedanciája a sodrony felületén I áram hatására eső U feszültség és a sodronyon átfolyó I áram hányadosa [2, 3]. A felületi feszültség egy vékony, a sodrony felületére hosszirányban tökéletesen illeszkedő, de attól elszigetelt ún. felületi vezető segítségével mérhető. A mérési elrendezés az 1. ábrán látható.



1. Ábra. Felületi impedancia mérésének – bal oldalon keresztmetszeti, jobb oldalon hosszanti – vázlata

Az 1. ábrán a fekete sraffozott téglalap jelöli a vizsgált sodronyt, kék az áramvisszavezetés (koaxiális cső) útját, a piros, valamint kék vezetékek pedig a sodronyon elhelyezett felületi vezetőt. A felületi impedancia méréséről bővebben az [4-6] irodalmakban olvashatunk.

3.2 Elemi vezetős szimuláció

Az elemi vezetők módszerének alkalmazása az 1970-es évekig nyúlik vissza, amikor is a teljesítményátviteli kábelek termikus szimulációjának bementi paramétereként az elemi vezetők módszerével határozták meg az erősáramú kábelek árameloszlását.

Az elemi vezetők módszerének alkalmazása során [7] a vizsgált sodronyt először a frekvenciától függően kisebb elemi vezetőkre (ún. *filamentekre*) osztjuk fel, majd meghatározzuk a filamentek közti ön- és kölcsönös impedancia mátrixot. Ennek invertálásával, majd a mátrix redukálásával kapható meg a felületi impedancia. A módszer nem csak kábelek termikus szimulációjához alkalmazható, hanem sodronyok frekvenciafüggő felületi impedanciájának meghatározására is. Az elemi vezetős számítást a [4, 8] irodalmakban ismertetjük.

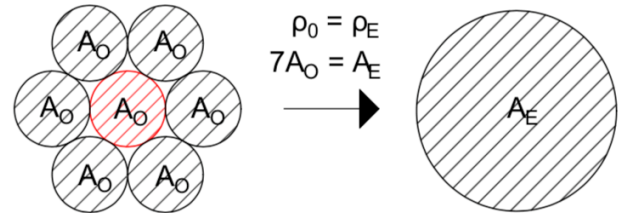
4. ANALITIKUS MÓDSZEREK

Az analitikus módszerek legnagyobb előnye egyszerűségükben és gyorsaságukban rejlik a méréssel vagy szimulációval végzett vizsgálatokhoz képest. Hátrányuk, hogy nem adnak pontos eredményt, továbbá az egyes módszerek alkalmazhatósága egy bizonyos frekvenciatartományra korlátozódik. A következőkben bemutatásra kerül néhány, a szakirodalomban talált módszer. Ezek jó része csak tömör, kör keresztmetszetű vezetőn alkalmazható. Mivel a sodronyok több elemi szálból épülnek fel, így a módszerek alkalmazása közvetlenül nem lehetséges. Ha azonban a sodronyból előzetesen képzünk egy ún. *ekvivalens tömör vezetőt*, akkor a módszerek alkalmazhatók lesznek. Természetesen az ekvivalens tömör vezető előállításánál során törekednünk kell a villamos tulajdonságok jó azonosságára, így azt a következő két elv mentén hoztuk

létre: egyrészt anyaga egyezzen meg az eredeti vezető anyagával, azaz fajlagos ellenállásuk (ρ) legyen azonos; másrészt keresztmetszetük (A) is egyezzen meg. Így az ekvivalens tömör vezető sugara az (1) összefüggéssel adódik:

$$r_0 = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (1)$$

Az ekvivalens tömör vezető képzésének fent ismertetett elvei összefoglaló jelleggel a 2. ábrán követhető a 25 mm² keresztmetszetű AASC sodronyra.



Eredeti vezető

Ekvivalens tömör vezető

2. Ábra. Példa ekvivalens tömör vezető képzésére

Megjegyzendő, hogy az így készített tömör vezető árameloszlása nem egyezik meg az eredeti vezető árameloszlásával. Ezt azonban nem is várjuk el, hiszen mint azt már korábban említettük, alapvetően jó közelítő eredmények szerzése a célunk. A 3.1, 3.2, 3.3. és 3.5. alfejezetekben először a fent ismertetett módon ekvivalens tömör vezetőt képeztünk az eredeti sodronyból, és a számításokat ezen hajtottuk végre.

4.1 Bessel függvények

A tömör, kör keresztmetszetű vezetők felületi impedanciája bármely frekvencián pontosan számítható a (2) analitikus összefüggés segítségével [9].

$$Z = R + j\omega L = \frac{p \cdot l}{2\pi r_0 \gamma} \cdot \frac{J_0(p \cdot r_0)}{J_1(p \cdot r_0)} \quad (2)$$

Ha tehát a 3. fejezetben ismertetett módon ekvivalens tömör vezetőt képeztünk a sodronyból, annak felületi impedanciája a (2) összefüggéssel számítható, amennyiben rendelkezésre áll olyan szoftver, amely képes a Bessel függvények kezelésére.

4.2 Simonyi Károly közelítő módszere

Simonyi Károly a következő szemléletes megközelítést mutatja be tömör vezetők ellenállásának számítására nagyfrekvencián [9]. Igen nagy frekvenciák esetén tekinthetünk úgy a vezetőre, hogy annak csak egy, a behatolási mélység által megadott külső rétegében folyik áram. Ezen gyűrű területe $2\pi r_0 \delta$. Nagyfrekvencián az ellenállás értéke tehát azért változik meg, mert az áram vezetésére nem az egész keresztmetszet, csupán annak egy része áll rendelkezésre. Az AC és DC ellenállás aránya a (3) összefüggés segítségével számítható.

$$\frac{R}{R_0} = \frac{r_0^2 \pi}{2r_0 \pi \delta} = \frac{r_0}{2\delta} \quad (3)$$

4.3 Bessel függvények sorfejtett alakja

Abban az esetben, ha nem áll rendelkezésre olyan szoftver, amely képes a Bessel függvények kezelésére,

akkor megfelelő közelítéseket kell alkalmazni [9]. Ezek előnye, hogy szinte egy zsebszámológéppel is megoldhatók. Kis frekvenciákon a (2) egyenlet utolsó tagja helyettesíthető a Bessel függvények sorfejtett alakjával (4).

$$\frac{J_0(pr_0)}{J_1(pr_0)} \approx \frac{1 - \left(\frac{pr_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{pr_0}{2}\right)^4}{\frac{pr_0}{2} \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{pr_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}\left(\frac{pr_0}{2}\right)^4\right]} \quad (4)$$

A (4) egyenlet néhány átalakítással egyszerűbb alakra hozható. A részletes levezetés megtalálható a [9] irodalomban. Az egyszerűsített formula felhasználásával az (5) szerinti összefüggést kapjuk a váltakozóáramú ellenállásra.

$$R = R_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \left(\frac{r_0}{2\delta}\right)^4\right) \quad (5)$$

Az (5) összefüggés akkor használható, ha az adott frekvencián az $\frac{r_0}{2\delta} < 1$ összefüggés teljesül.

4.4 Skin tényező számítása (IEC 60287-1-1)

A [10] szabvány szerint ipari frekvencián a kábelek váltakozóáramú ellenállása kiszámítható az egyenáramú ellenállás, valamint két, az ún. skin (Y_s) és közelségi hatás (Y_p) tényezők szorzataként. Utóbbi – lévén, hogy csak egy vezetőt vizsgálunk – nem játszik szerepet. A módszer használatához nem szükséges a 3. fejezetben ismertetett ekvivalens tömör vezető létrehozni. A váltakozóáramú ellenállás a (6) összefüggés segítségével kapható meg.

$$R = R_0 \cdot (1 + Y_s) \quad (6)$$

ahol Y_s skin tényező a (7) összefüggéssel fejezhető ki.

$$Y_s = \frac{x_s^4}{192 + 0,8 \cdot x_s^4} \quad (7)$$

A skin tényező (Y_s) értéke egy x_s változótól függ, amely a (8) egyenlet segítségével számítható.

$$x_s^2 = \frac{2f\mu}{R_0} \cdot k_s \quad (8)$$

A (8) egyenletbe a f -et Hz, R_0 -t Ω/m dimenzióban kell behelyettesíteni. Sodronyok esetén $k_s = 1$.

A szabvány szerint a módszer akkor alkalmazható megfelelő pontossággal, ha $x_s < 2,8$ teljesül, tapasztalataim alapján azonban ennél nagyobb frekvenciákon is kielégítő pontossága.

4.5 Hankel féle félkonvergens sorok

A Hankel féle félkonvergens sorok használatával a 4.2. fejezetben bemutatott Simonyi módszernél is jobb közelítés kapható [9]. A (9) összefüggés az $\frac{r_0}{2\delta} > 1$ kritérium teljesülése esetén alkalmazható.

$$\frac{R}{R_0} = x + \frac{1}{4} + \frac{3}{64x} \quad (9)$$

ahol $x = \frac{r_0}{2\delta}$.

5. ANALITIKUS MÓDSZEREK KOMBINÁCIÓJA [4]

A 4. fejezetben bemutattunk öt módszert, amely az ún. ekvivalens tömör vezető képzése után alkalmas a

sodronyok felületi impedanciájának (ellenállásának) közelítő meghatározására. A módszerek közül csupán a 4.1. alkalmazható a teljes frekvenciatartományban, azonban ennek használata olyan programmal lehetséges csak, amely kezeli a Bessel függvényeket. Ilyen például a MATLAB szoftvercsomag. A 4.2., valamint 4.5. fejezetekben ismertetett módszerek nagyfrekvencián, még a 4.3 és 4.4. fejezetekben ismertetett metódusok ipari frekvenciákon alkalmazhatók. Felmerülhet a kérdés, hogy egy-egy kis és nagyfrekvenciás metódus kombinációjával elérhető-e egy olyan módszer, amely lefedi a vizsgált frekvenciatartományt, ugyanakkor nem igényel komoly számítási kapacitást, speciális szoftvereket, vagy mérés-technikai szakértelmet. Ezzel a hazai érdekelt feleknek – akiknek a bevezetőben is említett összeférhetőségi problémákat meg kell majd oldaniuk – egy olyan számítási módszert adhatnánk a kezébe, amely egyszerűségénél fogva akár egy táblázatkezelő szoftver segítségével is használható lenne.

A megfelelő módszerek kiválasztásához először a 4.2-4.5. fejezetekben bemutatott metódusokat egyesével kipróbáltuk, majd a kapott eredményeket összevetettük a 3. fejezetben röviden ismertetett elemi vezetős szimuláció eredményeivel (ezt tekintettük referenciának). A kiértékelés során kiderült, hogy kis frekvenciákon a 4.4. fejezet szerinti skin tényező módszer, még nagy frekvenciákon a 4.5. fejezetben bemutatott Hankel féle félkonvergens sorok használata szolgáltat pontosabb eredményeket. A 4.4 és 4.5. fejezetekben ismertettük ezen módszerek alkalmazhatósági kritériumát is. Ezek az általunk vizsgált sodronyokra az 1. táblázat szerinti értékeket adják.

1. Táblázat. Közelítő módszerek alkalmazhatóságának határa

Keresztmetszet [mm ²]	Skin tényező (felső korlát)	Hankel (alsó korlát)
25	3909 Hz	3989 Hz
50	1892 Hz	1930 Hz
95	1034 Hz	1055 Hz

Amint az 1. táblázat szerint is látható, a módszerek között mindig van egy olyan szűk frekvenciatartomány, ahol sem a kis-, sem a nagyfrekvenciás módszer nem alkalmazható. Ahhoz, hogy pontosan lássuk, mekkora is ez a tartomány, az alkalmazhatósági feltételeket azonos alakra kell hozzuk.

A skin tényező (4.4. fejezet) módszer esetén az eredeti feltétel a (10) szerinti.

$$\sqrt{\frac{2f\mu}{R_0}} < 2.8 \quad (10)$$

Mivel (10) minden tényezője pozitív szám, így a négyzetre emelés elvégezhető a reláció megfordulása nélkül, amely a (11) egyenlőtlenséget eredményezi.

$$\frac{2f\mu}{R_0} < 7.84 \quad (11)$$

Az egyenáramú ellenállás felírható a (12) összefüggés szerint.

$$R_0 = \frac{\rho}{A} \quad (12)$$

A (12) egyenletet (11)-be helyettesítve adódik (13).

$$\frac{2f\mu A}{\rho} < 7.84 \quad (13)$$

Végül (13) mindkét oldalát kettővel elosztva kapjuk (14)-et, amely a végső alakja a skin tényezős módszer alkalmazási kritériumának.

$$\frac{A\mu f}{\rho} < 3.92 \quad (14)$$

A következőkben a Hankel metódust vizsgáljuk, amelynek eredeti kritériuma a (15) szerinti.

$$\frac{r_0}{2\delta} > 1 \quad (15)$$

A behatolási mélység kifejezhető (16) szerinti.

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi\mu f\gamma}} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi\mu f}} \quad (16)$$

(16)-ot (15)-be helyettesítve adódik (17).

$$\frac{r_0\sqrt{\pi\mu f}}{2\sqrt{\rho}} > 1 \quad (17)$$

(17) mindkét oldalát négyzetre emelve kapjuk (18)-at.

$$\frac{r_0^2\pi\mu f}{4\rho} > 1 \quad (18)$$

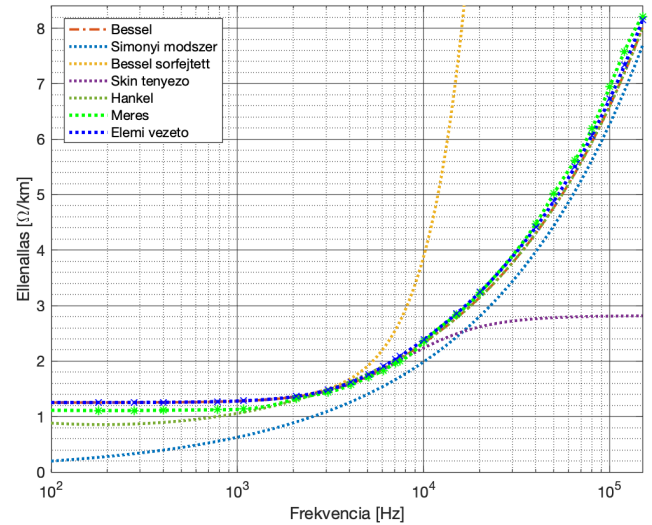
A (18) egyenlet $r_0^2\pi$ tagja pont az ekvivalens tömör vezető keresztmetszete (A). Így a végső összefüggés a behelyettesítés és átrendezés után a (19) szerinti.

$$\frac{A\mu f}{\rho} > 4 \quad (19)$$

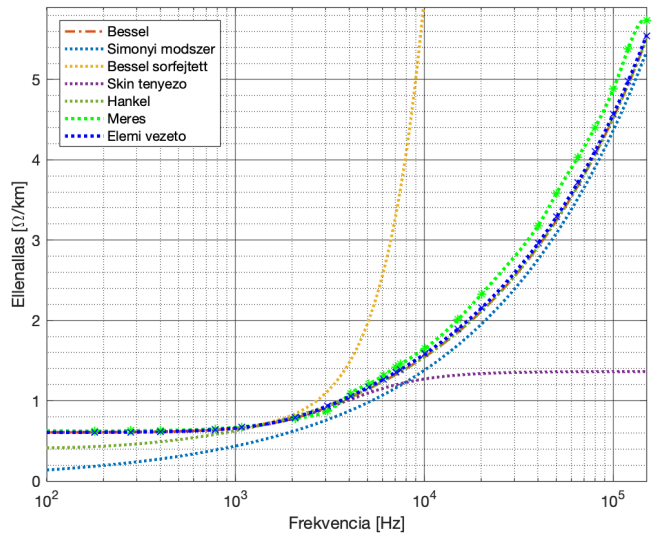
Amint az a (10)–(19) összefüggések alapján látható, a két módszer alkalmazhatósági kritériuma azonos alakra hozható. A (14), valamint a (19) egyenlőtlenségek megmutatják, hogy valójában a két módszer között csupán egy szűk sáv van, ahol egyik módszer sem alkalmazható. Mivel vizsgálataink alapján a skin tényezős módszer az alkalmazhatósági határ fölött is jó pontosságot mutat, így javasoljuk a tartomány kiterjesztését ezen szűk sáv lefedése céljából. A két módszer kombinációjaként egy olyan metódust kapunk, amely alkalmas a teljes frekvenciatartományban egy adott sodrony ellenállásának meghatározására.

6. EREDMÉNYEK

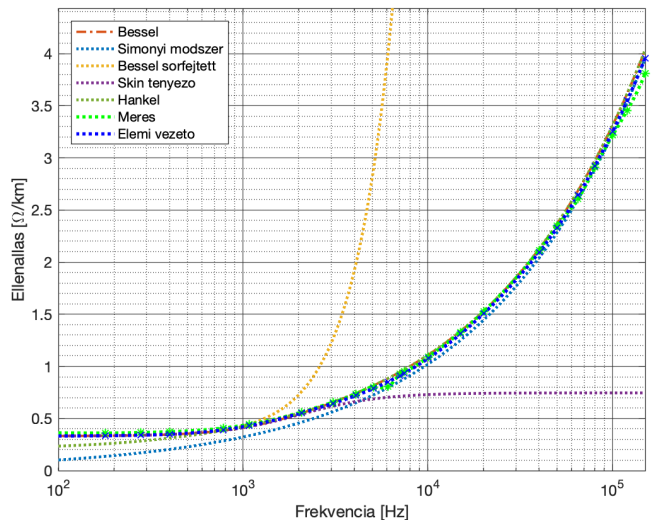
A 3. fejezetben röviden összefoglaltuk a korábbi kutatásaink során alkalmazott módszereket. Ezek a felület impedancia mérése, valamint számítása a filament technikával. A 4. fejezetben bemutattunk néhány – a nemzetközi szakirodalomban megtalálható – módszert, amely alkalmas a sodronyok felületi impedanciájának meghatározására. A következőkben bemutatjuk a három vizsgált sodronyra kapott eredményeket.



3. Ábra. Mérés, elemi vezetős számítás, közelítő módszerek eredmények a 25 mm² AASC sodronyra [4]



4. Ábra. Mérés, elemi vezetős számítás, közelítő módszerek eredmények a 50 mm² AASC sodronyra [4]



5. Ábra. Mérés, elemi vezetős számítás, közelítő módszerek eredmények a 95 mm² AASC sodronyra [4]

A 3. ábrán a 25 mm², a 4. ábrán az 50 mm², az 5. ábrán a 95 mm² keresztmetszetű sodronyra végzett mérések és számítások eredményei láthatók. A közelítő módszerek közül a legpontosabb eredmények a Bessel függvények használatával kaphatók. A vizsgált frekvenciákon a legnagyobb hiba 4%-nak, azonban az átlagos pontosság 2%-nak adódott. A számítások elvégzéséhez csak a sodrony keresztmetszetére, illetve anyagának fajlagos ellenállására van szükség. Egyetlen hátránya, hogy a Bessel függvényeket kezelő program szükséges hozzá, azonban ezt már számos online, ingyenes matematikai szoftver szolgáltatja (pl. Wolframalpha).

A skin tényező módszer alapvetően kis frekvenciákon, az $\frac{r_0}{2\delta} < 0,98$ kritérium teljesülése esetén alkalmazható, azonban vizsgálataink alapján elmondható, hogy a feltétel nem teljesülése esetén pontossága nem romlik számottevően gyorsan. Ezen tulajdonsága miatt választottuk a kombinált módszer kis frekvenciás tagjaként.

Simonyi a skin hatást értelmezve egy rendkívül szemléletes módszert mutatott be, azonban tapasztalataink alapján még 150 kHz-en sem éri el az elvárt pontosságot.

A Hankel féle félkonvergens sorok alkalmazásával nagy frekvenciákon ($\frac{r_0}{2\delta} > 1$) egy egyszerű és megfelelő pontosságú módszer érhető el.

7. ÖSSZEFOGLALÁS

Cikkünkben bemutattunk néhány analitikus módszert, amely alkalmas a sodronyok felületi impedanciájának nagy pontosságú közelítésére. Ezen módszerek jó része egy szűk frekvenciatartományra korlátozódik, így nem fedik le a teljes 2–150 kHz-es tartományt. A skin és Hankel módszerek kombinációjával azonban elérhető egy olyan univerzális metódus, amely a teljes frekvenciatartományban jó pontosságú, ugyanakkor komolyabb laboratóriumi műszerpark, vagy matematikai szoftver nélkül alkalmazható. Ezzel a villamosenergia-ipar jó néhány szereplője számára elérhetővé válik az elektromágneses összeférhetőségi problémák megoldása során az átviteli út impedanciájának számítása.

8. IRODALOMJEGYZÉK

- [1] **Rönberg, S.K., Bollen, M.H.J., Amaris, H., Chang, G.W., Irene, Y.H.G., Kocewiak, L.H., Meyer, J., Olofsson, M., Ribeiro, P.F., Desmet, J.:** *On waveform distortion in the frequency range of 2 kHz–150 kHz – Review and research challenges*, Electric Power Systems Research 150, 2017
- [2] **ITU-T DIRECTIVES:** *Concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electric power and electrified railway lines – Volume III: “Capacitive, Inductive, and Conductive Coupling: Physical Theory and Calculation Methods”, 1989, ISBN 92-61-04041-1*

- [3] **ITU-T DIRECTIVES:** *Concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electric power and electrified railway lines – Volume II: “Calculating Induced Voltages and Currents in Practical Cases”, 1989, ISBN 92-61-04041-1*
- [4] **Mohos, A., Ladányi J., Divényi D.:** *Methods to ascertain the resistance of stranded conductors in the frequency range of 40 Hz–150 kHz*. Electric Power Systems Research 174, 2019.
- [5] **Mohos, A., Ladányi, J.:** *Impedance characteristics of Aluminum Alloy Stranded Conductors in the frequency range 40 Hz to 150 kHz*. International Symposium on Electromagnetic compatibility (EMC Europe), 2017.
- [6] **Mohos A.:** *Sodronyok frekvenciafüggő átviteli jellemzőinek vizsgálata a 2 – 150 kHz tartományban*. Mechwart András Ifjúsági Találkozó, 2017
- [7] **Török B, Varjú Gy.:** *Tetszőleges alakú vezetőrendszer impedanciájának meghatározása az elemi vezetők módszerével*. Elektrotechnika, 72. évf. 1. sz., 1979
- [8] **Mohos A., Ladányi J., Divényi D.:** *Sodronyok impedanciájának meghatározása az elemi vezetők módszerével*. Mechwart András Ifjúsági Találkozó, 2018.
- [9] **Simonyi K.:** *Elméleti villamosságtan*. VI. kiadás, Tankönyvkiadó Vállalat, 1973
- [10] **IEC 60287-1-1:2006:** *Electric cables – Calculation of the current rating. Part 1. Current rating equations (100 % load factor) and calculation of losses – General*.